

Vlasov-Poisson Simulation of Cosmological Relic Neutrinos on FUGAKU

HPCI フォーラム

2021年3月9日

「富岳」成果創出加速プログラム

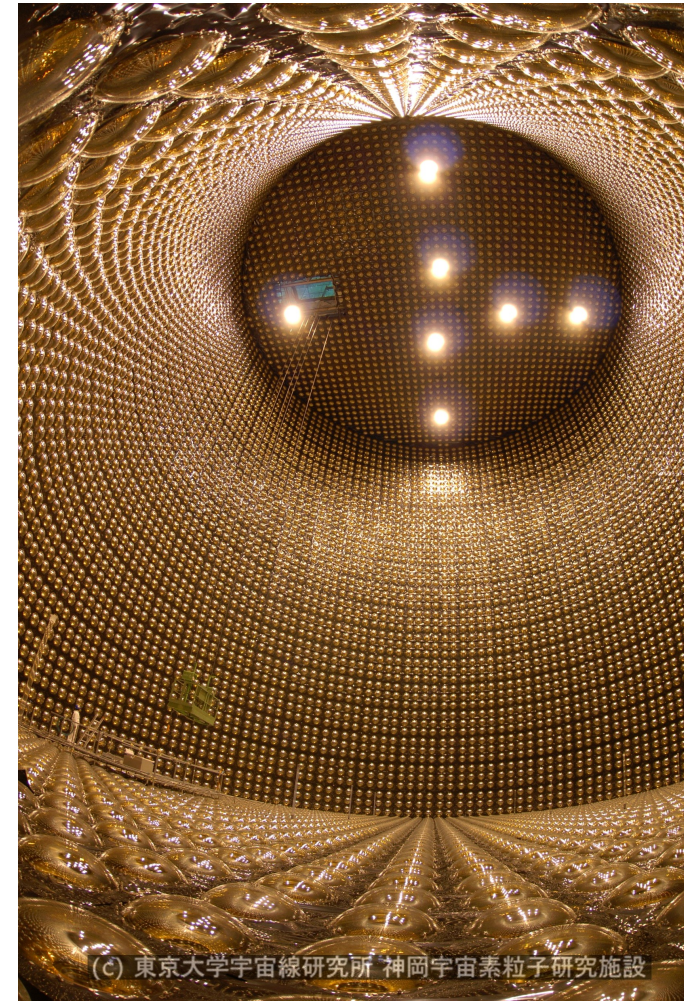
宇宙の構造形成と進化から惑星表層環境変動までの統一的描像の構築

筑波大学 計算科学研究センター

吉川 耕司

ニュートリノ

- ▶ 素粒子の一つで電氣的に中性なレプトン
- ▶ 原子核の β 崩壊などの素粒子の「弱い相互作用」に関わる。
- ▶ 素粒子の標準模型では質量を持たない素粒子とされてきた。
- ▶ スーパーカミオカンデなどによるニュートリノ振動の検出で質量を持つことが明らかに。
- ▶ 宇宙には非常に初期の段階で光子から脱結合した大量のニュートリノが存在する。



(c) 東京大学宇宙線研究所 神岡宇宙素粒子研究施設

宇宙大規模構造形成におけるニュートリノ

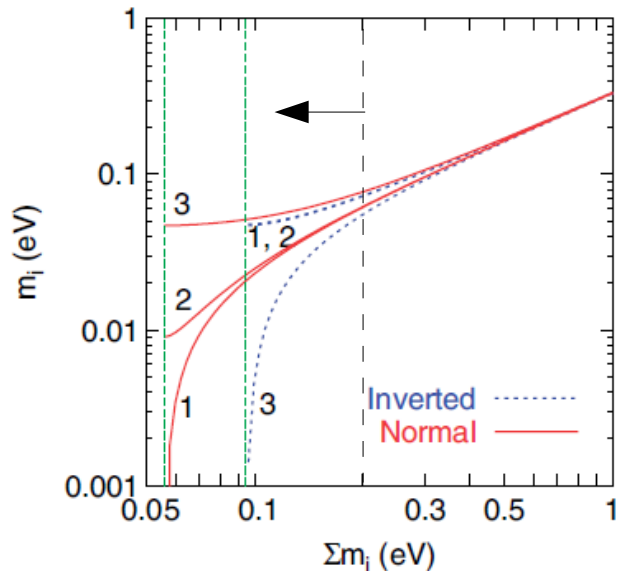
▶ ニュートリノ質量に対する制限

neutrino oscillation → $0.05 \text{ eV} \leq \sum_i m_\nu^i \leq 0.2 \text{ eV}$ ← $\frac{\text{comic microwave background}}{+}$
 $\frac{\text{baryon acoustic oscillation}}$

▶ 初期宇宙で photon から脱結合した宇宙論的なニュートリノの数密度

$$\bar{n}_\nu = \frac{3}{11} \bar{n}_\gamma = 113 \text{ cm}^{-3} \quad \Rightarrow \quad \Omega_{\nu 0} = 0.0234 \left(\frac{\sum_i m_\nu^i}{1 \text{ eV}} \right)$$

▶ ニュートリノ振動実験からの制限



Lesgourgues & Paster (2006)

- 非相対論的になったニュートリノがCDMと重力相互作用

- 非相対論的になる赤方偏移

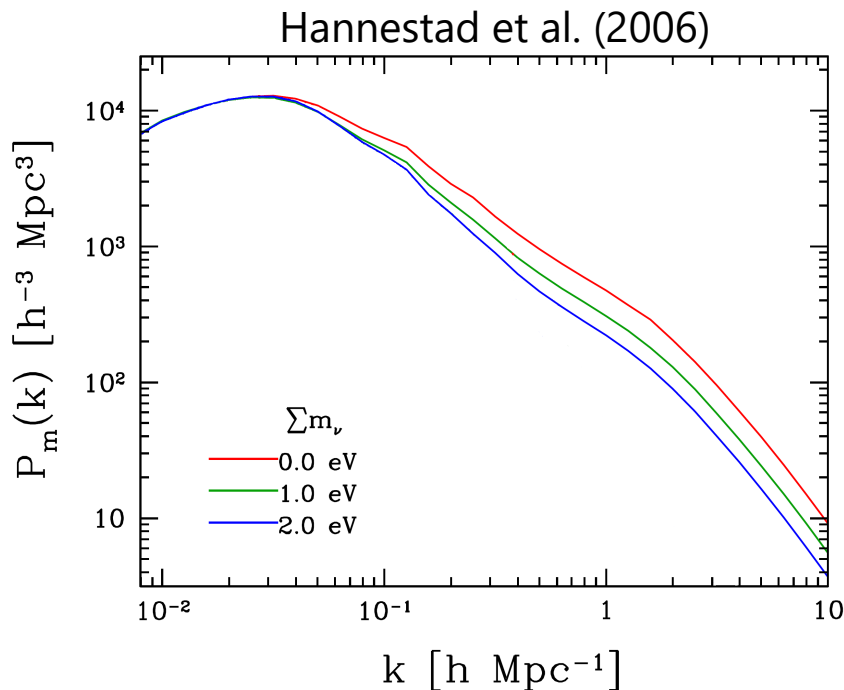
$$1 + z_{\text{nr}} = 200 \left(\frac{m_\nu}{0.1 \text{ eV}} \right)$$

- 宇宙大規模構造形成に力学的な影響を与える

ニュートリノ質量のプローブとしての大規模構造

▶ 無衝突減衰 (collisionless damping / free streaming)

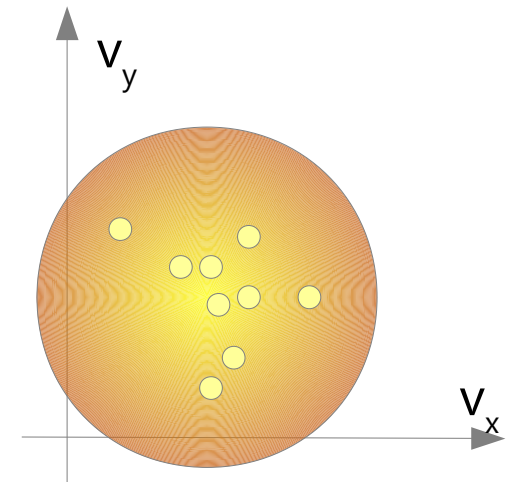
- 減衰の起きる臨界波数 $k_{\text{FS}} = \left(\frac{4\pi G \bar{\rho} a^2(t)}{\sigma_\nu^2} \right)^{1/2}$ よりも小スケールの密度揺らぎが減衰
- ニュートリノの速度分散: $\sigma_\nu \simeq 150(1+z) \left(\frac{m_\nu}{1\text{eV}} \right)^{-1} \text{ km/s}$
- 減衰の強さがニュートリノ質量に依存



- ▶ 宇宙大規模構造からニュートリノ質量の制限が可能
- ▶ ニュートリノ密度揺らぎの非線形効果を取り入れるために数値シミュレーションが必要

ニュートリノのN体シミュレーション

- ▶ 過去の研究では、ニュートリノの運動はN体シミュレーションで行われていた。
 - ニュートリノの速度分散はニュートリノのN体粒子にランダムに速度を与えることで表現。
 - 粒子数は典型的には $N_\nu = N_{\text{CDM}}$ や $N_\nu = 8N_{\text{CDM}}$
 - つまり速度空間をたった8点だけサンプリングして計算。
 - あんまり十分な数とは思えない。
 - (特に小スケールでの) ショットノイズの影響は以前より指摘されていた。



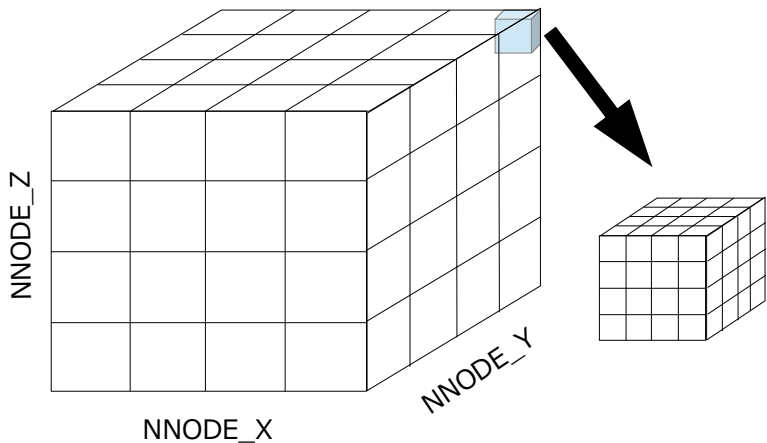
- ▶ ショットノイズのない (少ない) シミュレーション
 - cold な極限では“sheet in phase space” 法 (Sousbie & Colombi 2016, Hahn et al. 2016)
 - hot な場合は無衝突Boltzmann方程式 (Vlasov方程式) の直接計算

Vlasov-Poisson シミュレーション

- ▶ N体シミュレーションの代わりにニュートリノの分布関数の時間発展を無衝突ボルツマン方程式（Vlasov方程式）に従って時間発展

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} - \nabla \phi \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0 \quad \nabla^2 \phi = 4\pi G \rho = 4\pi G \int f d^3 \mathbf{v}$$

- ▶ 数値シミュレーションの大部分は6次元位相空間での移流計算



- 6次元位相空間をレギュラーメッシュに離散化
- MPI並列のため、位置空間を領域分割
- 速度空間は領域分割しない
- 6本の1次元移流方程式に分割して有限体積法で計算
- 必要なメモリ容量が大きいため高次精度スキームを採用してメモリを節約

SL-MPP5 scheme

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial f}{\partial t} + v_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial v_i} = 0 \end{array} \right.$$

N-body + Vlasov Hybrid Simulation

- ▶ N-body シミュレーションとVlasov-Poissonシミュレーションのハイブリッド

CDMは速度空間ではほとんど広がりを持たない

➡ CDMについてはN-bodyシミュレーションを採用

- CDM : Particle-Mesh法 / TreePM法によるN-body シミュレーション

$$\frac{d^2 \mathbf{x}_i}{dt^2} + 2H(t) \frac{d\mathbf{x}_i}{dt} = -\frac{\nabla \phi(\mathbf{x}_i)}{a(t)^2}$$

- ニュートリノ : Vlasov-Poisson シミュレーション

宇宙論的共動座標系におけるVlasov方程式

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{a^2} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{x}} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{p}} = 0$$

spatially 5th-order SL-MPP7 scheme
Tanaka, Yoshikawa, Minoshima, Yoshida (2017)

- Poisson equation

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \bar{\rho} a^2 (f_{\text{cdm}} \delta_{\text{cdm}} + f_\nu \delta_\nu) \quad 1 + \delta_\nu(\mathbf{x}) = \int f(\mathbf{x}, \mathbf{p}) d^3 \mathbf{p}$$

Numerical Simulations

▶ 宇宙論パラメータ (Planck 2016)

$$\Omega_{m0} = 0.308, \Omega_{v0} = 0.692, \Omega_{b0} = 0.0484$$

$$h = 0.678, n_s = 0.96$$

▶ ニュートリノ質量固有値

$$M_\nu = \sum_i m_\nu^i = 0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 \text{ eV} \quad \Omega_{\nu 0} = 0.0234 \left(\frac{M_\nu}{1 \text{ eV}} \right)$$

3つの質量固有値は等しいと仮定。 $M_\nu < 0.2 \text{ eV}$ では本当は良くない。

▶ シミュレーション領域の大きさ

$$L_{\text{box}} = 200h^{-1} \text{ Mpc}, 600h^{-1} \text{ Mpc}, 1h^{-1} \text{ Gpc}, 10h^{-1} \text{ Gpc}$$

▶ 粒子数・メッシュ数

- CDMのN体シミュレーション

$$N_{\text{CDM}} = 1024^3$$

- ニュートリノのVlasovシミュレーション

$$N_p = 128^3, N_v = 64^3$$

京・OFPでのプロダクションラン

$\sum_i m_\nu^i$ [eV]	L_{box} [h^{-1} Mpc]	# of realization
0.0	200	4
	600	2
	1000	1
	10000	1
0.1	200	4
	600	2
	1000	1
	10000	1
0.2	200	4
	600	2
	1000	1
	10000	1

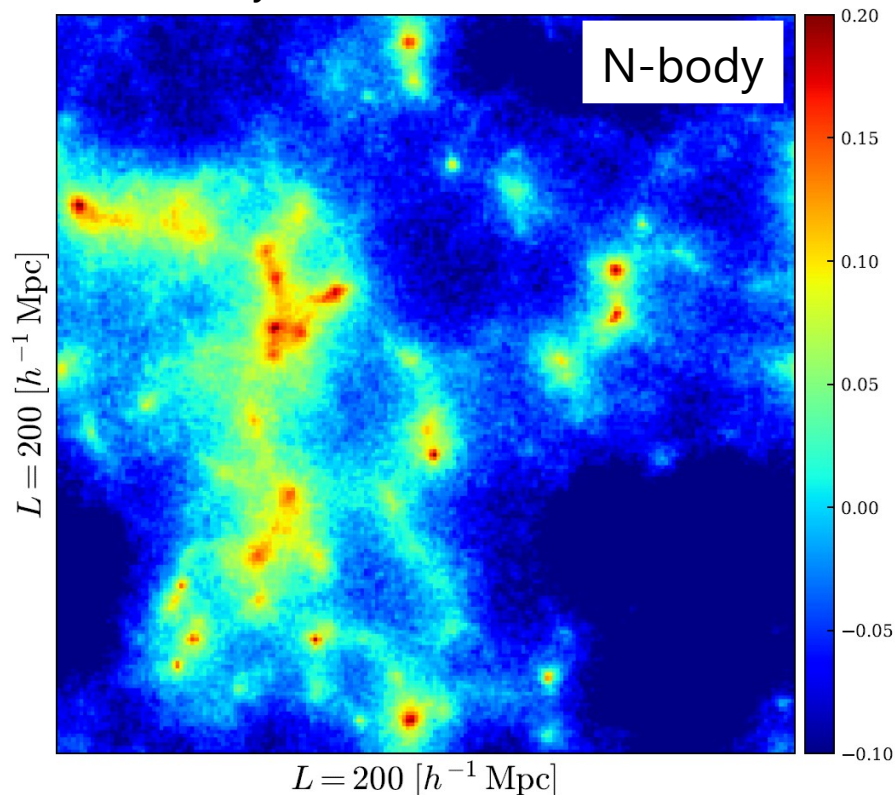
$\sum_i m_\nu^i$ [eV]	L_{box} [h^{-1} Mpc]	# of realization
0.3	200	4
	600	2
	1000	1
	10000	1
0.4	200	4
	600	2
	1000	1
	10000	1

- CDMのN体シミュレーションはPM法を使用
(強非線形領域の精度は若干貧弱)

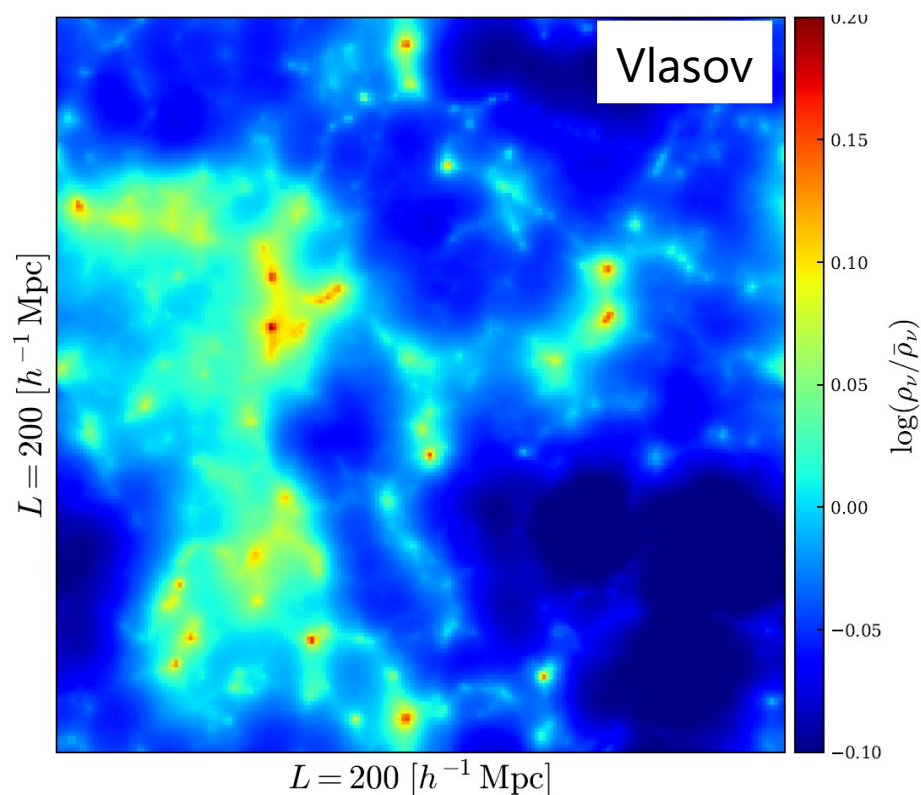
N-body vs Vlasov

▶ N体シミュレーションとVlasovシミュレーションでのニュートリノ密度場の比較

N-body simulation with $N=1536^3$

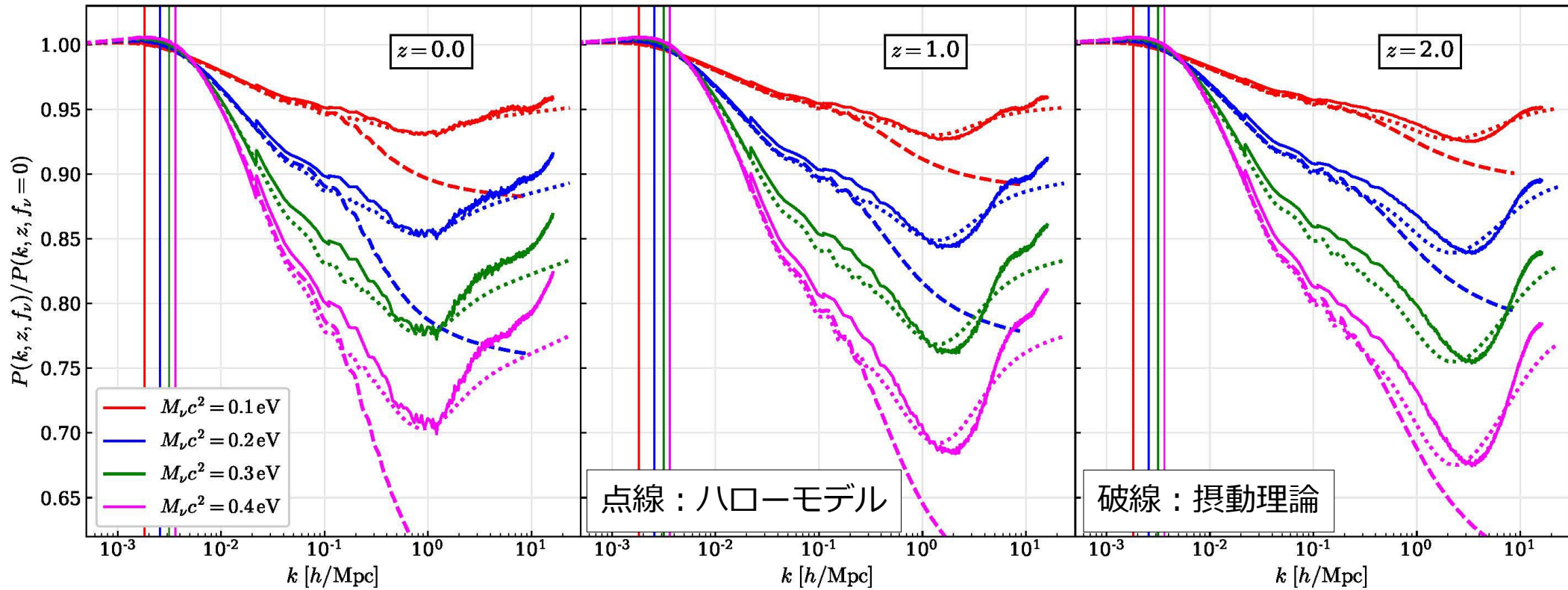


Vlasov simulation with $N_x=192^3$ and $N_v=64^3$



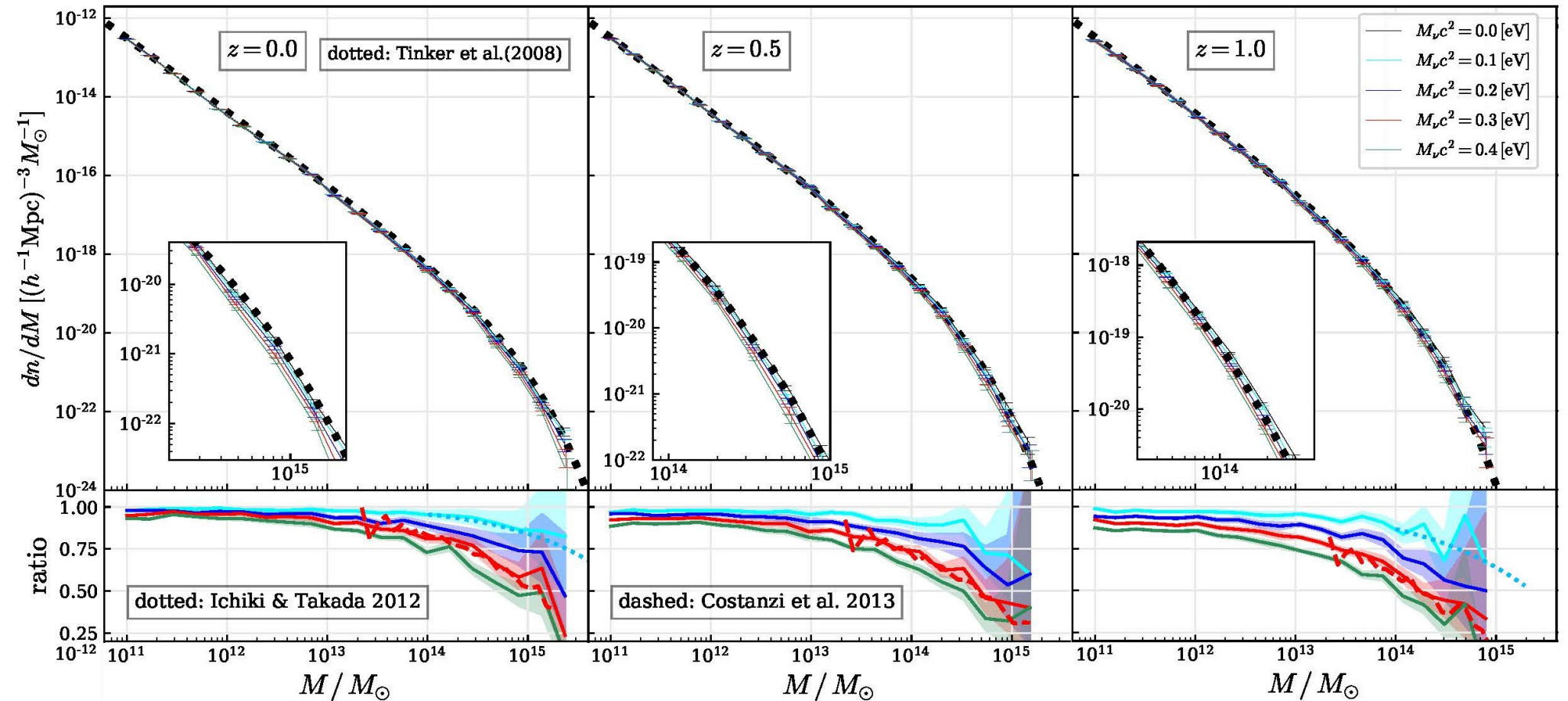
- 必要なメモリ容量はほぼ同じ。
- N体シミュレーションではニュートリノの細かい構造がショットノイズに埋もれてしまっている。(特に、低密度領域)
- 初期条件でCDMのN体粒子の近くにニュートリノのN体粒子を置くと、密度場が過大評価される。N体粒子の粒子性によるアーティファクト。

密度揺らぎパワースペクトル



- ▶ ニュートリノ質量の有無による密度揺らぎのパワースペクトルの比
- ▶ 減衰スケールよりも小スケール側でパワースペクトルが減少
- ▶ 線形領域では摂動理論とよく合う。
- ▶ halo model とまあまあ合う。CDMはPM法で計算してるのでこの程度。

DM Halo Mass Function



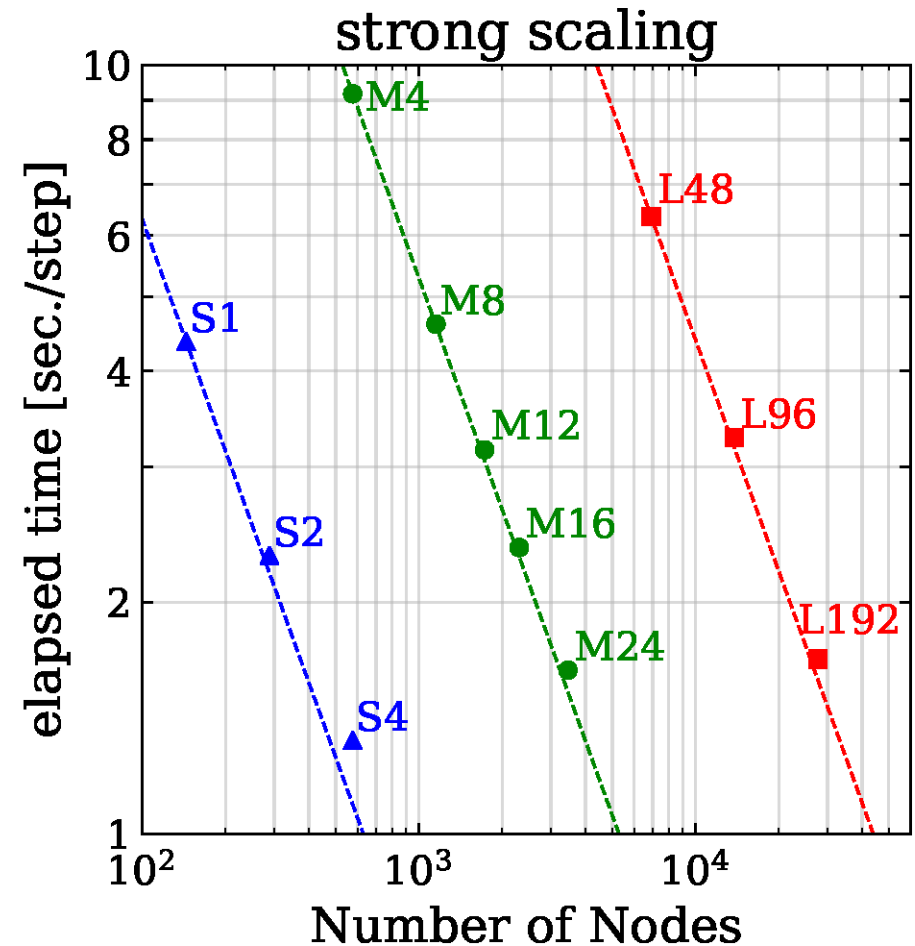
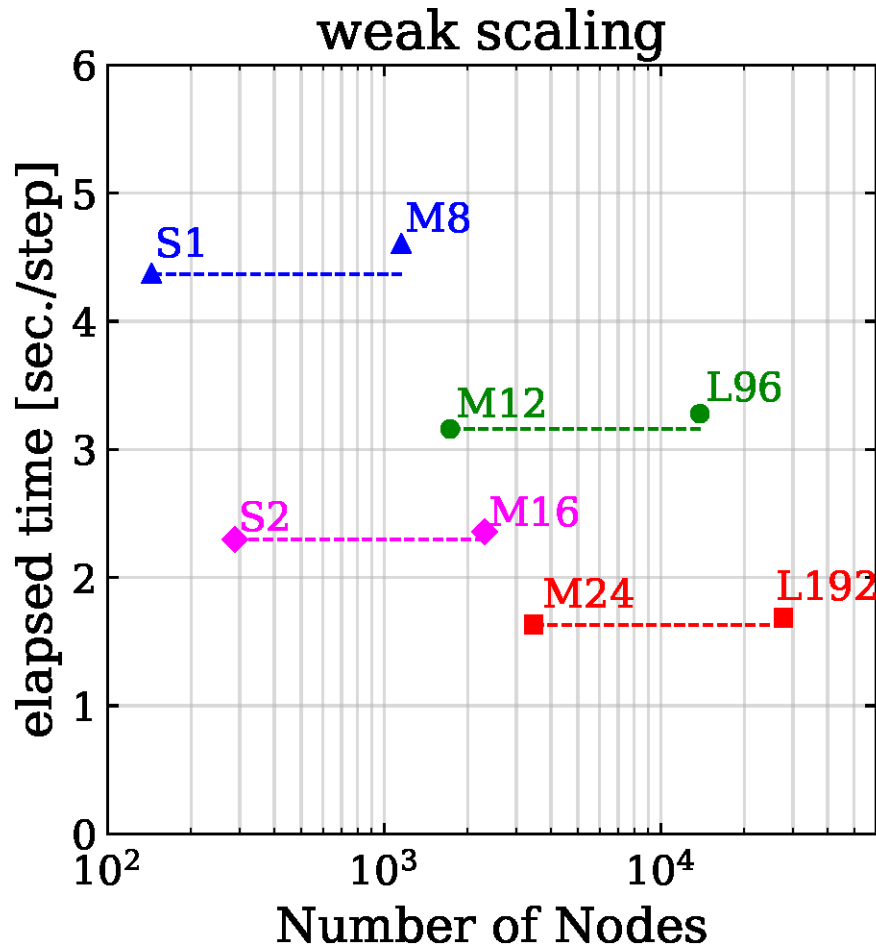
- ▶ 銀河団クラスのダークマターハローの数密度がニュートリノ質量に依存して減少
- ▶ ニュートリノ入りの非線形球対称崩壊モデルからの予言とコンシステント
- ▶ Vlasov シミュレーションでニュートリノの運動を正しく計算できている模様

富岳での大規模シミュレーション

ID	N_x	N_v	N_{CDM}	# of nodes
S1	96^3	64^3	384^3	144
S2	96^3	64^3	384^3	288
S4	96^3	64^3	384^3	576
M4	192^3	64^3	384^3	576
M8	192^3	64^3	384^3	1152
M12	192^3	64^3	384^3	1728
M16	192^3	64^3	384^3	2304
M24	192^3	64^3	384^3	3456
L48	384^3	64^3	768^3	6912
L96	384^3	64^3	768^3	13824
L192	384^3	64^3	768^3	27648

- ▶ CDMのN体計算はParticle-Mesh法で実施
- ▶ Vlasovシミュレーションの速度空間メッシュ数は 64^3 で固定
- ▶ SVE intrinsics を使って実効性能はピークの15%ほど。

Weak & Strong Scaling Efficiency



► weak scaling と strong scaling のどちらも27000ノードまで非常に良い効率を達成

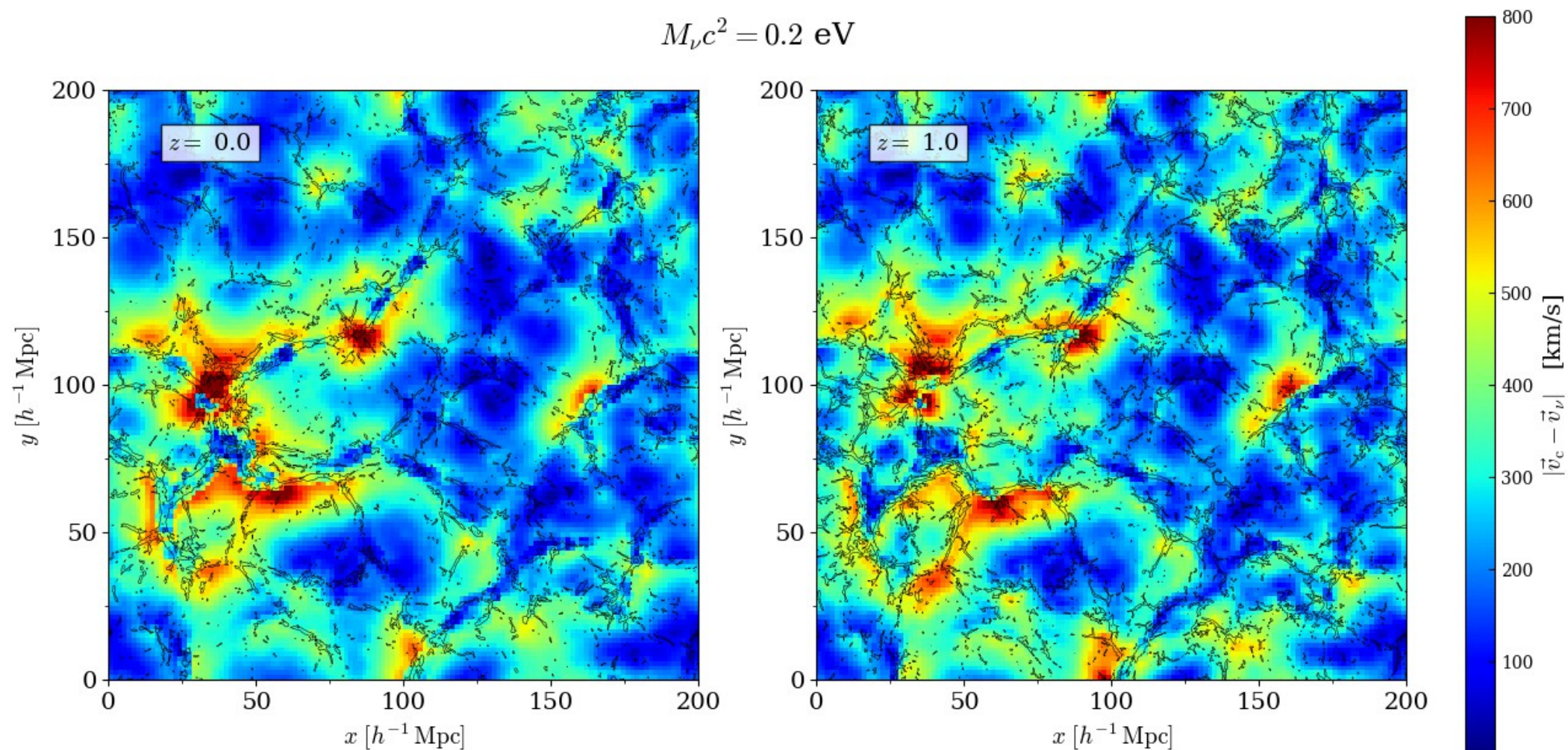
富岳におけるプロダクションラン

$\sum_i m_\nu^i$ [eV]	L_{box} [h^{-1} Mpc]	# of realization
0.0	200	6
0.1	200	6
0.2	200	6
0.4	200	6

- ▶ CDMのN体シミュレーションはTreePM法を使用して非線形領域を正確に計算
 - N体計算はARM SVE版のPhantom-GRAPEで高速化
- ▶ 富岳で約40万ノード時間を消費
- ▶ 小スケールにおけるニュートリノの力学的効果に焦点
 - ダークマターとニュートリノの相対速度
 - neutrino wake の検出

CDM-neutrino relative velocity

$$M_\nu c^2 = 0.2 \text{ eV}$$



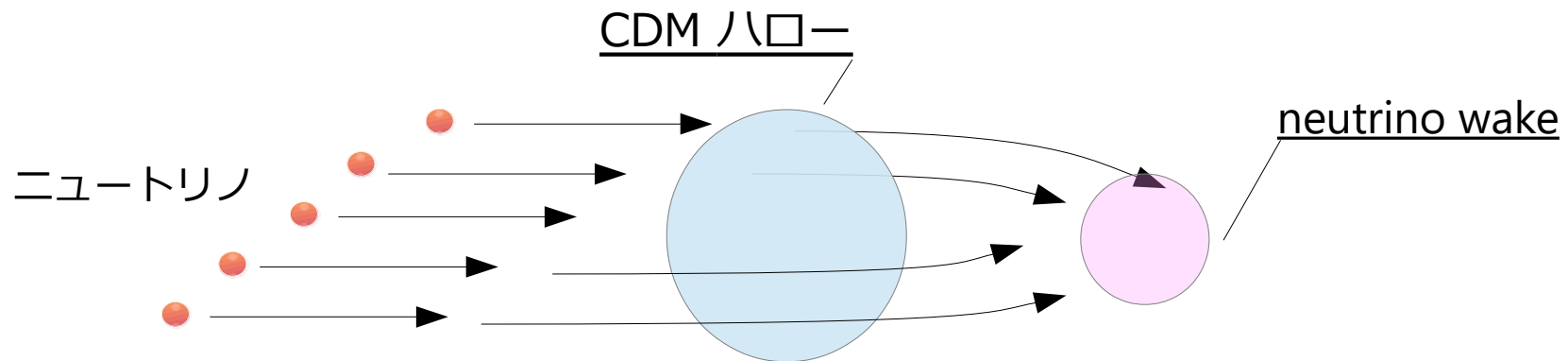
等高線：CDM密度場

カラー：CDMとニュートリノの相対速度

▶ フィラメント周囲で数100 km/s の相対速度が空間的にコヒーレントに存在する。

Neutrino Wake

- ▶ CDMとニュートリノの相対速度によるニュートリノの航跡
 - CDMとneutrinoの bulkな 相対速度はCDMの構造形成に伴って増加し、10Mpcスケールの空間スケールに亘ってコヒーレント
 - gravitational focusing によってダークマターハローやフィラメントの下流側に neutrino rich な領域 (neutrino wake) が形成される。



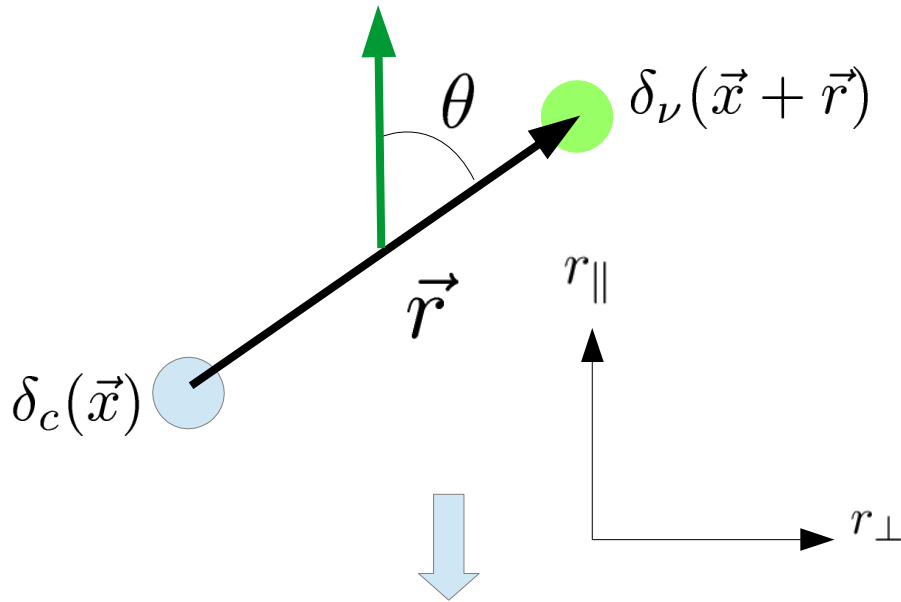
- neutrino wake のピークは neutrino 質量に依存するので neutrino wake の検出・制限によって neutrino 質量に対する制限が可能。
- Mpcスケールの大規模構造で neutrino 質量に対する制限が可能。

CDM- ν cross correlation function

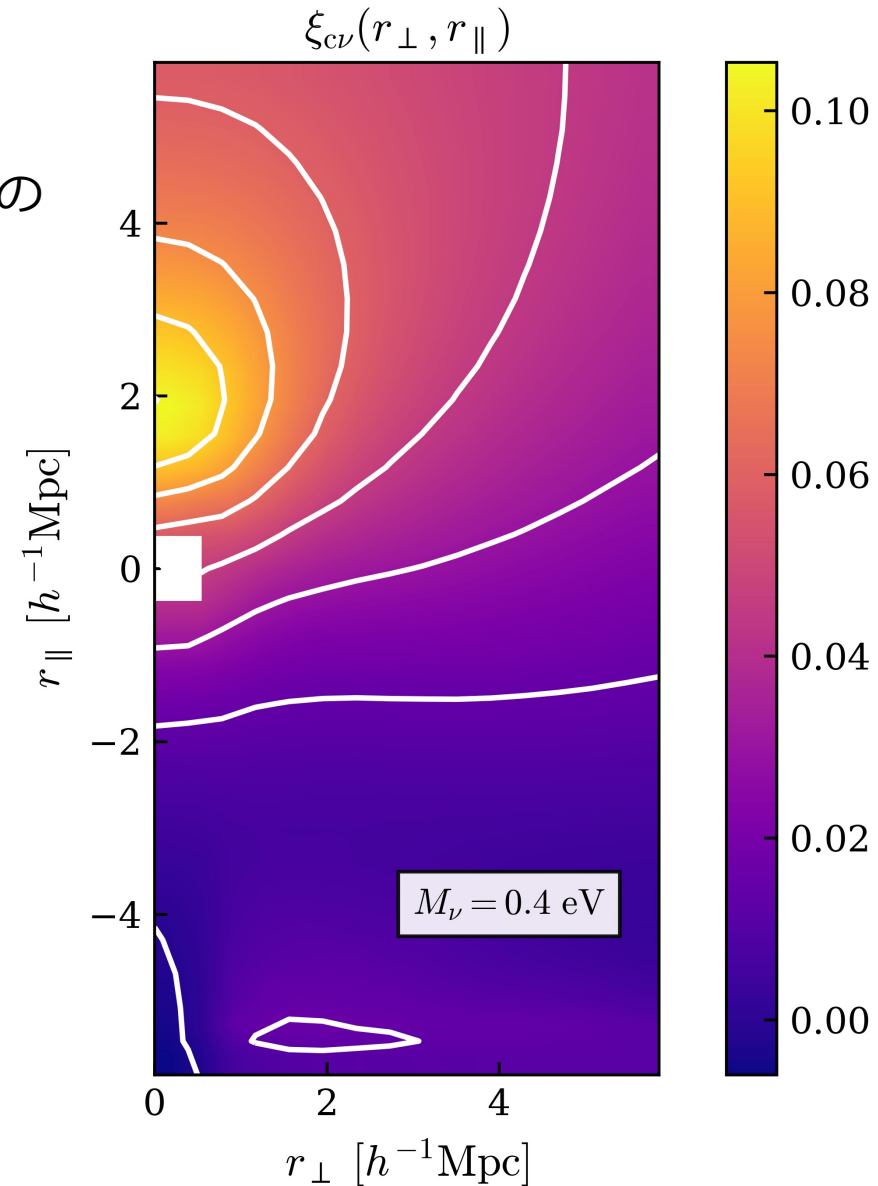
- ▶ CDMとニュートリノの距離と相対速度に対する角度の二点相互相関関数

relative velocity between CDM and ν

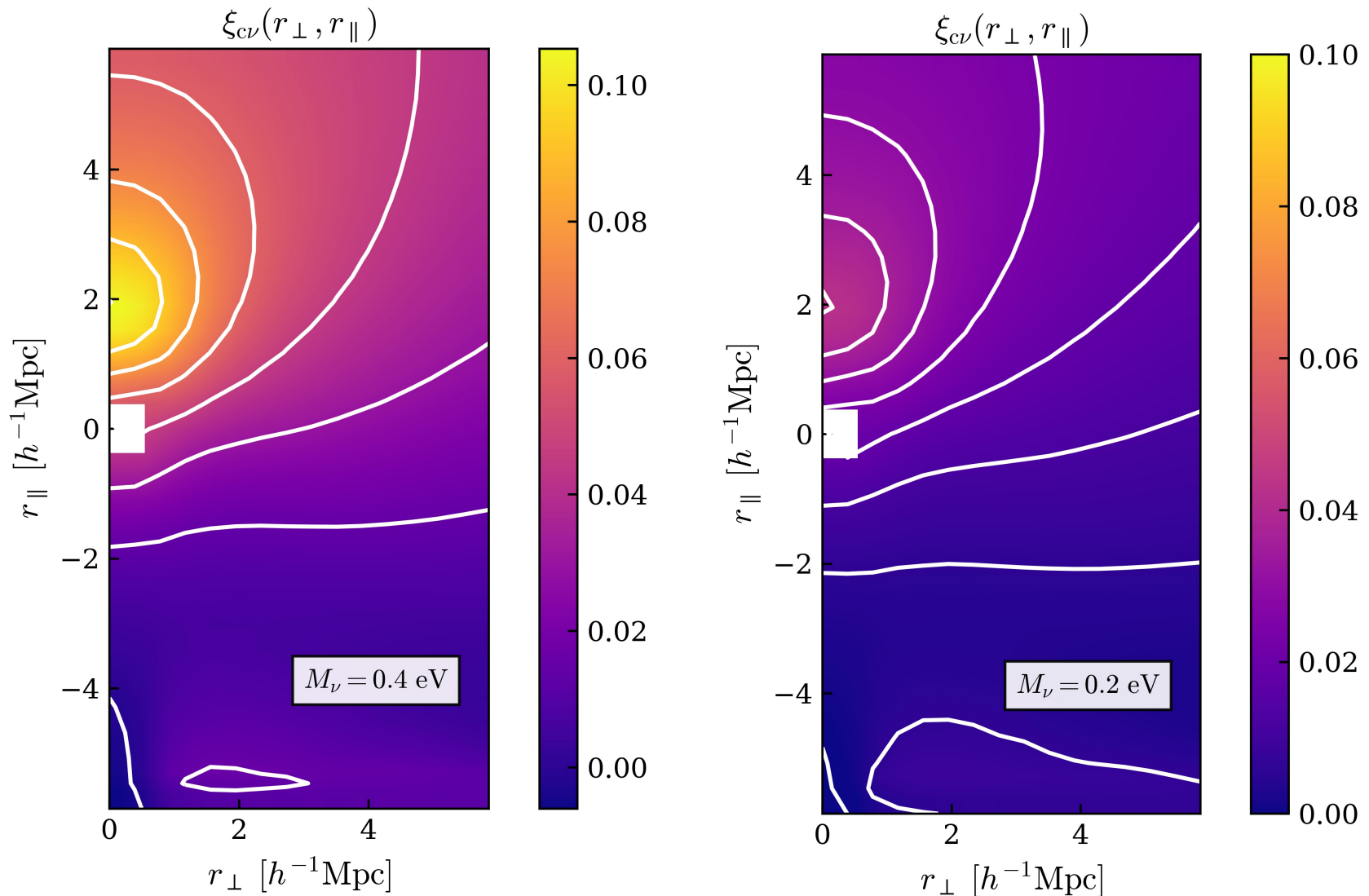
$$[\vec{v}_{c\nu}(\vec{x} + \vec{r}) + \vec{v}_{c\nu}(\vec{x})] / 2$$



$$\xi_{c\nu}(r, \mu = \cos \theta) = \langle \delta_c(\vec{x}) \delta_\nu(\vec{x} + \vec{r}) \rangle$$



Dependence on neutrino mass



- ▶ neutrino wake のピークがニュートリノ質量に依存
- ▶ neutrino wake の検出によってニュートリノ質量の評価が可能

Summary

- ▶ 宇宙大規模構造形成におけるニュートリノの運動をVlasovシミュレーションによって実行することに世界で初めて成功した。
- ▶ 同程度のメモリ容量を必要とするN体シミュレーションによるシミュレーション結果と比較してはるかにショットノイズの少ない結果を得ることができた。
- ▶ 富岳におけるチューニングの結果、約15%の実行効率と27000ノードまでの高い並列化効率を達成。
- ▶ CDMとニュートリノの相対速度に起因する neutrino wake を 2点相互相関関数の形で検出することに成功。
- ▶ 今後は、宇宙大規模構造の観測からニュートリノ質量・質量階層を評価・制限する手法の開発に注力する予定。